PRISONNIERS ET COMPAGNIE

Jean BRINI

1 Un sujet calculable ?

L'article de Lacan sur le temps logique (1) paraît en 1945, soit un an après le livre de Von Neumann et Morgenstern (2) qui marque les débuts de la théorie des jeux. Il est certain que, non seulement à cette époque, mais pendant les quelque dix ans qui ont suivi, Lacan a fondé des espoirs sur les développements de cette théorie pour formaliser, si possible mathématiquement, ce qu'il en serait d'une certaine intersubjectivité.

En témoigne, par exemple ce passage du discours de Rome : « *Mais la mathématique peut symboliser un autre temps, notamment le temps intersubjectif qui structure l'action humaine, dont la théorie des jeux, dite encore stratégie, qu'il vaudrait mieux appeler stochastique, commence à nous livrer les formules.* »

Cet intérêt était contemporain d'un intérêt aussi marqué pour l'informatique alors à ses débuts. Ainsi, au cours du séminaire 2 (3), Lacan conclut la discussion de son sophisme sur ces mots : « *Voila où s'arrête la puissance qui nous est révélée par l'originalité des machines que nous avons en mains. Il y a une troisième dimension du temps qui incontestablement ne leur appartient pas, et que j'essaie de vous imager par cet élément qui n'est ni le retard, ni l'avance, mais la hâte* ». Une semaine plus tard, Lacan présentait à son auditoire un exposé intitulé *Psychanalye et Cybernétique.* Au cours de ce même séminaire, Lacan surprit son auditoire en déclarant qu'il lui paraissait concevable qu'une machine puisse gagner plus souvent qu'à son tour au jeu de pair-impair. Plus tard, dans *La Science et la Vérité* (4), il précise encore: « *Dans la théorie des jeux, on profite du caractère entièrement calculable d'un sujet strictement réduit à la formule d'une matrice de combinaisons signifiantes.* »

C'est en partant de cette question du caractère calculable ou non d'un sujet que je voudrais tenter de reprendre le sophisme des trois prisonniers. Il me semble en effet que celui-ci recèle une difficulté fondamentale ,qui tient au fait que, à première vue, ce qui nous est proposé est un problème de pure logique, pour lequel il devrait être possible de définir quelque chose comme une stratégie ; la solution scandée que propose Lacan fait intervenir des concepts, instant de voir, temps pour comprendre, moment de conclure, qu'il est tout à fait difficile d'articuler avec ceux de la logique booléenne, celle des ordinateurs.

L'une des questions qui se posent est, par exemple :

si l'instant de voir est le temps nécessaire à voir tout ce qui peut être vu d'un seul coup, ce qui relève donc de la logique classique, si la hâte est par contre ce qui échappe fondamentalement à toute saisie par une logique statique, le temps pour comprendre peut-il, lui, être interprété comme un temps de calcul ?

Pour essayer d'y voir plus clair, j'ai choisi d'aborder le sophisme de Lacan comme s'il s'agissait effectivement d'un problème de stratégie, pour lequel il s'agirait d'écrire un programme qui tente de prendre en compte tous les scénarios possibles. C'est les obstacles que j'ai rencontré dans cette tentative que je vais maintenant décrire

2 Préliminaires

Remarquons d'abord que rien, apparemment, n'oblige à traiter le problème à 3 prisonniers. Lacan nous indique en passant que le sophisme est récurrent :

3 prisonniers, 3 ronds blancs, 2 ronds noirs, 2 scansions

4 prisonniers, 4 ronds blancs, 3 ronds noirs, 3 scansions

etc.

Mais rien n'empèche, dans la perspective cybernétique que nous adoptons, de descendre d'un cran jusqu'au problème « *nucléaire* » à 2 prisonniers : 2 prisonniers, 2 blancs, 1 noir, 1 scansion. Tous les éléments fondamentaux nous semblent encore présents. Qu'on en juge : « *Le directeur appelle 2 prisonniers, leur présente 2 ronds blancs et un rond noir et leur dit* » etc...

La solution parfaite s'énonce : au bout d'un certain temps, les deux prisonniers franchissent la porte en même temps, et déclarent: « *Je suis blanc, car si j'étais noir, l'autre aurait conclu sans délai qu'il était blanc et se serait élancé. Comme il ne l'a pas fait, j'en ai conclu que j'étais blanc.* »

La solution « *scandée* » s'énonce : au bout d'un certain temps, les deux s'élancent, convaincus d'être des blancs, pour la raison ci-dessus. Mais chacun puise dans le mouvement de l'autre une raison de douter de sa conclusion. Ils s'arrètent donc. Puis chacun réalise que l'arrêt de l'autre prouve que celui-ci peut douter, ce qui ne peut arriver que s'il a vu un blanc. Chacun repart, convaincu définitivement cette fois, d'être un blanc.

On peut également repérer dans cette solution les trois temps hétérogènes introduits par Lacan :

– Instant de voir : à voir un noir on sait qu'on est un blanc.

– Temps pour comprendre que si l'autre attend (ou suspend son mouvement), c'est qu'il peut douter, et donc qu'il n'y a plus à douter pour moi.

– Moment de conclure, dans la hâte : tout ce que je viens de cogiter, l'autre peut le cogiter comme moi. Il y a donc urgence à m'élancer, pour transformer ma certitude en victoire. Les deux derniers temps interviennent en deux points du « *scénario* », avant le premier départ, et après l'unique scansion.

C'est donc sur ce problème à 2 prisonniers seulement que je poursuivrai la discussion, malgré cette question non résolue : pourquoi Lacan en a-t-il gardé 3 alors que 2 semblent suffire ?

Une seconde remarque est qu'une partie de la règle du jeu n'est formulée nulle part dans le texte de Lacan, mais n'est pas moins indispensable au fonctionnement du dispositif : il s'agit de l'exclusion de la ruse.

Dès qu'on entre dans le registre de la ruse, il est tout à fait légitime de raisonner comme suit: « *A voir un noir, on sait qu'on est un blanc. Soit. Dois-je pour autant, si je vois un noir, m'élancer vers la porte, informant par là mon concurrent de ma certitude ? Certainement pas ! Il suffit en effet que l'autre se déplace plus rapidement que moi pour qu'il profite de cette information et me rattrappe !* ».

L'autre face de ce problème peut se formuler comme suit : supposons, comme Lacan, que les deux disques accrochés réellement soient blancs. Quelle que soit l'argumentation présentée par un prisonnier après la sortie de son robot, elle comportera nécessairement une référence aux mouvements de l'autre. Une certitude ne peut en effet se fonder sur la seule observation du fait « *l'autre porte un disque blanc* ». Il y faut un complément du type « *il a fait ceci ou cela, puis j'ai fait ceci ou cela etc..., d'où jai conclu que ...* ».

Le directeur peut donc à bon droit objecter « *Comment savez vous que tout cela, l'autre ne l'a pas fait que pour vous tromper, et vous induire à franchir la porte avec une fausse certitude ?* ». Car enfin, à ce jeu, il y a deux manières de gagner : franchir la porte avec une argumentation qui tienne, ou induire l'autre à la franchir avec une certitude erronnée.

Ainsi, la règle implicite, nécessaire au bon déroulement du scénario que nous propose Lacan pourrait s'énoncer : « *nul ne peut prétendre gagner sa liberté en induisant l'autre (les autres) à sortir le premier* *avec une fausse certitude* ». Si cette règle n'est pas respectée, le jeu se ramène à une variante spatiale du jeu de pair-impair, et aucun progrès logique ne peut s'y produire. La stratégie optimale (!) serait alors d'imprimer à chacun des robots un mouvement brownien.

Il me semble probable que les deux remarques sont liées : le regard d'un troisième prisonnier peut-il suffire à interdire aux deux autres de ruser ? Cela serait un début de réponse à la question « *pourquoi 3 ?* ». Un début seulement, puisque la véritable question serait plutôt : « *Pourquoi une perspective logiciste fait-elle apparaître le problème à 3 prisonniers comme une simple généralisation du problème à 2 prisonniers ?* », ou encore « *Comment le troisième prisonnier, qui, dans une optique purement logicienne, cybernétique n'en est qu'un de plus, devient-il, dans la perspective lacanienne, le troisième qui vient rompre le duel, qui fait que "tres faciunt collegium"* ». Ces questions ne sont pas abordées directement dans ce qui suit. Elles tracent une des limites de ce travail.

3 Aliénation

Nous avons maintenant à formuler le problème à la manière cybernétique, ce qui ne présente aucune difficulté particulière. Le directeur appelle deux prisonniers, leur montre deux ronds blancs et un rond noir, puis leur tient le discours suivant: « *Vous disposez d'un temps illimité pour construire, avec les moyens de votre choix, un robot qui jouera avec celui de votre adversaire au jeu suivant : chaque robot portera, accroché d'une manière invisible à lui-même, mais visible à l'autre*

l'un de ces disques. Le robot qui franchira le premier la porte de la pièce où se déroule le jeu en annoncant la couleur du disque qu'il porte sera déclaré gagnant, sous réserve que le constructeur soit à même de justifier la décision de son robot par des arguments de pure logique, à l'exclusion de tout appel aux probabilités. » On peut envisager que le directeur conclut son discours en donnant l'article de Lacan à lire à ses deux victimes.

La seule différence avec la situation originelle est que le jeu se déroule maintenant en différé : chaque prisonnier délègue ses pouvoirs à un robot dans lequel il inscrit, lettre morte et pur langage, ses instructions. Mais quelles instructions ?

La première instruction ne pose pas de problème, dans la mesure où elle se réfère à l'instant de voir, à la logique éternelle, qui est précisément celle des robots. « *Si tu vois un noir, franchis la porte au plus vite et déclare toi blanc* ».

Notons que l'exécution de cette instruction, si simple soit-elle, demande un certain temps physique : propagation des rayons lumineux du disque à l'oeil du robot, analyse de l'image reçue, décision, mise en route du moteur, etc. Entre le "top départ" du jeu et le moment où le robot qui voit un noir s'ébranle vers la porte un temps s'écoule, mettons t0, qui est une caractéristique propre à un robot donné.

La seconde instruction doit indiquer au robot ce qu'il doit faire s'il voit un blanc. C'est là que commencent les ennuis. Il ne sufffit pas en effet d'indiquer au robot qu'il doit attendre un certain temps avant de s'élancer. Il faut lui indiquer combien de temps attendre. Si on appelle tl ce temps d'attente, sa signification est celle d'une estimation du t0 de l'autre robot, estimation pour laquelle on ne possède aucun élément a priori. Néanmoins, il est clair qu'un robot qui voit un blanc attendre ne peut se déclarer blanc avec une certitude absolue qu'au bout d'un temps infini. Le premier départ, s'il a lieu au bout d'un temps fini, ne peut par conséquent être le résultat d'une certitude, mais seulement le résultat d'une décision, basée sur une estimation arbitraire du t0 de l'autre.

Ainsi, le robot qui franchit le premier la porte ne pourra motiver sa déclaration que par sa prétention à avoir correctement apprécié le retard de l'autre. Or cet argument est probabiliste et non logique, dans la mesure où il fait appel à une estimation et non à une déduction pure. Le directeur sera donc justifié à rejeter la prétendue victoire du premier qui se présente. Ceci est une forme de réfutation de la solution « *parfaite* ».

On aboutit ainsi à la contradiction suivante : tl doit être à la fois aussi grand que possible (à la limite infini, pour avoir une certitude) et aussi petit que possible (à la limite nul pour avoir les meilleures chances de franchir la porte le premier). Cette contradiction qui est, bien sûr, un obstacle radical à toute programmation à viséee optimale, se trouve être parfaitement superposable au vel de l'aliénation : l'alternative « *La certitude ou la victoire* » est tout à fait isomorphe à l'alternative que propose Lacan : « *La bourse ou la vie* ». Si je choisis la certitude (tl = m), je perds à coup sûr la victoire . Si je choisis la victoire, je m'élance sans savoir (tl = 0), et je m'expose à franchir la porte délesté de la certitude qui m'est pourtant imposée par la règle du jeu. Notons qu'il ne s'agit ici que d'une victoire potentielle, puisqu'il est question ici

de partir, mais non encore d'arriver. S'élancer est nécessaire à la victoire, mais certainement pas suffisant.

La solution de Lacan présente une particularité tout à fait remarquable, en ceci que la seule éventualité qu'il envisage est celle qu'une programmation logique évacue comme « *impossible* », à savoir le départ simultané des deux prisonniers, à un instant d'ailleurs non spécifié. On considére en général qu'une simultanéité absolue entre deux événements indépendants est une impossibilité, en raison du modèle qu'on adopte pour représenter le temps, à savoir une variable numérique continue. Dans ce cas, deux nombres choisis indépendamment par deux opérateurs distincts ont une probabilité nulle d'être identiques.

C'est sans doute une des raisons pour lesquelles Lacan a conservé l'appellation de sophisme à un problème qu'il semble par ailleurs résoudre.

4 Dilemme

Mais admettons, quelle que soit la procédure choisie, qu'il s'est passé cette chose impossible ; les deux robots sont partis en même temps et sont désormais en route vers la porte. Dans ce cas, y a-t-il un moyen de programmer la suite ?

Curieusement, le problème s'est maintenant transformé, et on y rencontre une autre histoire de prisonniers. Il s'agit d'un problème célèbre de théorie des jeux, qui a donné lieu à une abondante littérature, sous l'appellation de « dilemme du prisonnier » (5). Dans sa forme générale, ce dilemme peut s'énoncer ainsi : au cours d'un jeu, deux partenaires ont le choix entre deux actions, l'une spécifiée comme agressive, l'autre comme pacifique. La matrice des gains et des pertes est donnée ci-dessous.

Joueur A	Agressif	Pacifique
Joueur B		
Agressif	-5^{-5}	$+10^{-10}$
Pacifique	-10^{+10}	$+5^{+5}$

L'important n'est pas la valeur des gains, mais le fait que la solution stable est la position « *agressif-agressif* », qui est aussi la solution de perte maximale pour l'ensemble des joueurs. Le problème est donc de trouver un biais pour stabiliser la solution « *pacifique-pacifique* ».

Dans notre cas, pour chaque robot, on peut programmer une stratégie pacifique : s'arrêter (Stop) ou une stratégie agressive : franchir la porte (Non-Stop). Comme précédemment les gains s'expriment en fonction des deux composantes : victoire (v) et certitude (c). La matrice correspondaute s'écrit :

JoueurA	Agressif (Non Stop)	Pacifique (Stop)
Joueur B		
Agressif (Non Stop)	$\bar{c}\,\bar{v}^{\;\bar{c}\,\bar{v}}$	$c\,v^{\;\bar{c}\,\bar{v}}$
(Pacifique) (Stop)	$\bar{c}\,\bar{v}^{\;c\,v}$	$c\,v^{\;c\,v}$

qui signifie que trois types de situations sont possibles :

– Aucun robot ne s'arrête. Les deux franchissent la porte et perdent.

– Un robot s'arrête, l'autre franchit la porte et gagne, tirant son savoir de l'arrêt de l'autre.

– Les deux robots s'arrêtent. La certitude de chacun étant fondée sur l'arrêt de l'autre, ils peuvent franchir la porte et gagnent tous deux.

On peut ajouter deux remarques :

1. Le choix de la position agressive (NS) implique le risque de ne pas respecter la règle du jeu qui s'énonce : « *On ne doit pas franchir la porte sans savoir* ». On a donc affaire à un jeu dont le déroulement permet d'envisager le non-respect de sa propre règle.

2. Pour cette raison, le seul choix envisageable en fin de compte (c'est-à-dire au seuil de la porte) est le choix S-S, soit la scansion que décrit Lacan. Il est intéressant de noter que cette solution est décrite en théorie des jeux comme résultant d'une « *coopération* » entre joueurs. Or ce choix coopératif est encore décrit comme « *une fusion des joueurs où disparaît leur identité* » (6). En effet, en cas de coopération, on ne peut plus dire à proprement parler qu'il y a deux joueurs, dans la mesure où le couplage des décisions de part et d'autre est absolu. De fait, il n'y a plus non plus qu'un seul programme, le même, écrit dans les deux robots.

5 **Décalque.**

Au terme de cette tentative de démontage du dispositif de Lacan, que peut on conclure ? Je garderais comme points de repère les propositions suivantes :

– Le départ des prisonniers peut être décrit comme un choix forcé en situation d'aliénation.

– La scansion peut être regardée comme un choix coopératif dans un dilemme du type dilemme du prisonnier.

– Au terme du processus, l'aliénation est toujours présente, mais elle a changé de visage : ses termes ne sont plus à considérer comme externes aux joueurs, mais comme les concernant dans leur identité. A l'alternative « *certitude ou victoire (potentielle)* » s'est substitué une autre alternative, « *lui ou moi* ». On ne peut plus dire qu'il y a deux joueurs à proprement parler. A la question « *combien sont-ils* », Lacan répond d'ailleurs, dans le Séminaire *Encore*, 1 + a.

Mais ces propositions laissent de nombreuses questions en suspens.

Une première question est qu'en fin de compte, et malgré la règle de l'exclusion de la ruse, le jeu à deux prisonniers se présente comme un duel, où chacun des joueurs est le reflet de l'autre. Comment situer une instance tierce dans ce déroulement ? Où est le grand Autre ? Est-ce le directeur, qui a organisé le jeu, défini ses règles, orchestré le scénario ? Je ne le pense pas. Le directeur, me semble-t-il, n'est que le lieu du code. Aucun manque repérable, aucune tromperie potentielle ne vient le situer comme lieu du trésor des signifiants. Le seul point où, peut-être, il participerait du grand Autre est qu'il demeure seul juge de ce que doit être un raisonnement de « *pure logique* ».

Ou alors, est-ce que le troisième prisonnier, celui

que nous avons délibérément retiré du jeu, permettrait par sa présence que se manifeste une instance tierce ? Je ne le crois pas non plus. Il faudrait pour cela que le jeu à trois soit plus qu'une simple extension du jeu à deux. Il faudrait que le troisième induise une modification qualitative dans le déroulement du jeu, et non un simple redoublement d'une scansion déjà présente dans le jeu à 2. Or, chacun peut le vérifier, on passe de 2 à 3 comme on passe de 3 à 4 ou de n à n+l.

Je n'ai donc pas de réponse nette à ce problème du repérage de l'instance tierce.

Une autre question qui reste en suspens est celle d'une formalisation de ce qui se passe au cours de ce processus que nous décrit Lacan. Lacan parle de désubjectivation, là où il nous a semblé pouvoir repérer une transformation de l'aliénation. Je proposerais d'utiliser un montage qu'utilise Lacan dans le séminaire *l'Identification*. Pour illustrer le caractère particulier de l'opérateur « *aliénation* », Lacan trace deux cercles d'Euler sur un tore. Au lieu de délimiter 4 régions, comme sur un plan, ils n'en délimitent plus que 3, puisque la partie commune (l'un et l'autre) est en continuité avec l'extérieur (ni l'un ni l'autre). Si ce tore, disons S, est enlacé à un autre tore, disons A, on peut effectuer le report par décalque des cercles d'Euler que Lacan utilise à propos des cercles de la demande et du désir. On s'aperçoit alors que les cercles rapportés sur le tore A, tout en continuant à n'y délimiter que 3 régions seulement, n'enserrent plus le vide central, mais le vide intérieur du tore A. Il y a là quelque chose qui me semble pouvoir rendre compte de cette modification dans les termes entre lesquels joue l'aliénation. De deux cercles du type désir sans demande, on serait passé à deux cercles du type demande sans désir. A la question de ce que représenteraient les régions 1, 2 et 3 sur le tore d'arrivée, je n'ai pas de réponse univoque.

Il me semble qu'au terme du processus « *départ, scansion, redépart* »,on se trouve avec quelque chose qui s'apparenterait à une inscription ailleurs d'une aliénation initialement contenue dans les règles du jeu. Je dirais enfin que cette inscription a lieu au moment de conclure, et qu'elle est corrélative de l'apparition d'un sujet, mais d'un sujet seulement, quel que soit le nombre des joueurs.

NOTES

(1) *Le temps logique et l'assertion de certitude anticipée*, J Lacan, *Ecrits* (1966). p. 197.

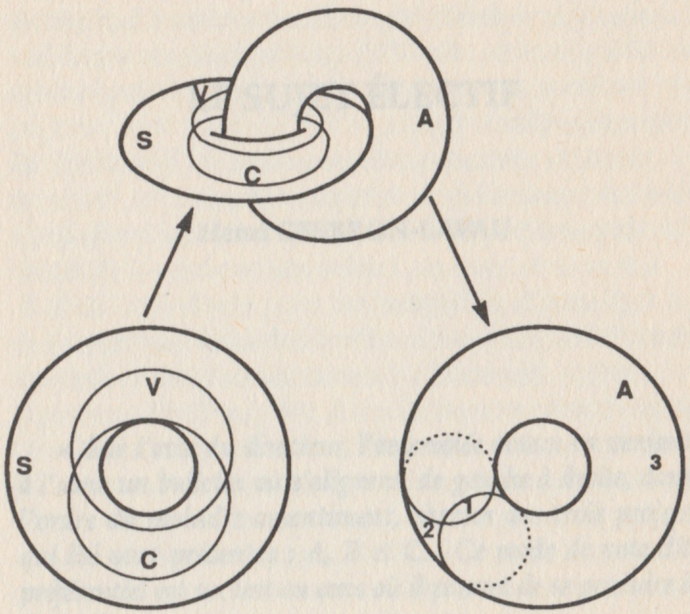
(2) *Theory of games and economic behaviour*, Von Neumann et Morgenstern. Princeton Un. Press. 1944.

(3) J. Lacan, *Séminaire 2, Le Moi*, p 336

(4) *La science et la vérité*. J. Lacan, *Ecrits* (1966). p. 855.

(5) Voir par exemple : *Les mathématiques de la confiance*, G. Le Cardinal, J.F. Guyonnet, *Pour la Science*, Juillet 1984.

(6) *Théorie des jeux et sciences sociales*, H.Moulin, La Recherche, n° 89, Mai 1978.



$C \cap V \equiv \overline{C} \cap \overline{V}$

Décalque de l'aliénation